

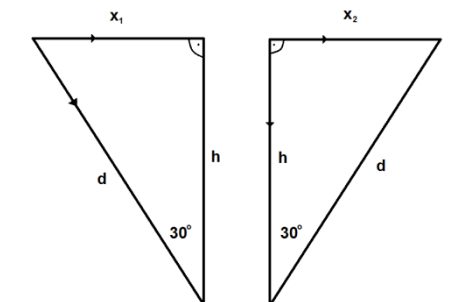
### 33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!**

#### Gimnázium 9. évfolyam

**G.9/1.** Adatok:  $h = 10 \text{ km}$ ,  $c = 340 \text{ m/s}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

a) A repülő és a hang sebessége a fénysebesség mellett elhanyagolható. Így a repülő a hangkibocsátás helyéről gyakorlatilag annyi idő alatt ér arra helyre ahol aztán megfigyeljük, amennyi idő alatt a hangja hozzánk ér. Így az első esetben  $\frac{x_1}{d} = \frac{v_1 \cdot t_1}{c \cdot t_1} = \frac{v_1}{c} = \frac{1}{2}$ , vagyis a repülő sebessége a hangsebesség fele, tehát **170 m/s**. **4 pont**



b) A második esetben  $\frac{x_2}{h} = \frac{v_2}{c} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . A repülő sebessége ekkor  $v_2 = \frac{c}{\sqrt{3}}$ , azaz **196,3 m/s**. **2 pont**

c) Ha a repülő 10 km magasan halad, akkor a derékszögű háromszögekből  $x_1 = x_2 = 5773,5 \text{ m}$ . A két menetidő  $t_1 = 34 \text{ s}$ , illetve  $t_2 = 29,4 \text{ s}$ . Az eltelt idő összesen **63,4 s**. A repülő **11547 métert** ( $\approx$  **11,5 km**) halad és gyorsított. **4 pont**

**G.9/2.** Adatok:  $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ ,  $a = 5 \text{ m/s}^2$ .

a) Az elsőtől a második találkozásig megtett utak egyenlők, tehát  $v_0 t_2 = \frac{a}{2} t_2^2$ .

A közben eltelt idő  $t_2 = 8 \text{ s}$ , a két pont távolsága  $s_{1,2} =$  **160 m**. **3 pont**

b) A két találkozás között a járművek távolsága akkor a legnagyobb, amikor sebességük egyenlő, tehát  $v_0 = at_1$ . A közben eltelt idő  $t_1 = 4 \text{ s}$ , a két jármű legnagyobb távolsága az addig megtett utak különbsége:  $d = v_0 t_1 - \frac{a}{2} t_1^2 =$  **40 m**. **4 pont**

c) Az eddig gyorsító autó sebessége a második találkozás pillanatában  $v_2 = at_2 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . A másodiktól a harmadik találkozásig megtett utak egyenlősége miatt  $v_0 t_3 = v_2 t_3 - \frac{a}{2} t_3^2$ .

A közben eltelt idő  $t_3 = \frac{2(v_2 - v_0)}{a} =$  **8 s**. **3 pont**

**G.9/3.** Adatok:  $v_1 = 50 \text{ km/h}$ ,  $v_2 = 60 \text{ km/h}$ ,  $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $v_3 = 80 \text{ km/h}$ ,  $m = 700 \text{ kg}$ ,  $F_3 = 400 \text{ N}$ .

a) A gyorsítás közben eltelt idő  $\Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a_1} = \mathbf{2,8 \text{ s}}$ . **1 pont**

b) A mutató szögelfordulása  $\Delta\alpha = 22,5^\circ = \frac{\pi}{8}$  radián. Mivel a sebességmérő skálája a  $10 \text{ km/h} - 110 \text{ km/h}$  tartományban lineáris, a mutató szögsebessége  $\omega_1 = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \mathbf{0,14 \text{ rad/s}}$ . **3 pont**

c) Kikapcsolt motornál a jármű lassulását a közegellenállási erő okozza.  $50 \text{ km/h}$  sebesség esetén a járművet fékező közegellenállási erő a négyzetes sebességkapcsolat alapján:

$$\frac{F_2}{F_3} = \frac{v_2^2}{v_3^2} \rightarrow F_2 = 400 \text{ N} \cdot \frac{50^2}{80^2} = 156 \text{ N}$$

A jármű lassulása  $a_2 = \frac{F_2}{m} = 0,22 \text{ m/s}^2$ . **3 pont**

A sebességmérő skála lineáris tartományában a jármű gyorsulása egyenesen arányos a mutató szögsebességével, ezért a keresett szögsebesség:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a_2}{a_1} \rightarrow \omega_2 = 0,14 \text{ rad/s} \cdot \frac{0,22}{1} = \mathbf{0,031 \text{ rad/s}}$$
 **3 pont**

**G.9/4.** Adatok:  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,  $t_2 = 5 \text{ s}$ ,  $F_{\text{súly},2} = 0,8 \cdot F_{\text{súly},1}$ .

a) Kezdetben **felfelé**, majd lefelé gyorsult a lift, hiszen a diák súlya a változás miatt lecsökkent. **1 pont**

A súlyerő egyenlő a diákra ható nyomóerővel. A gyorsulás számértéke a felfele és a lefele mozgásra felírt dinamikai alaptörvényből adódik. A felfelé irányt pozitívnak véve:

$$F_{ny1} - mg = m \cdot a \quad F_{ny2} - mg = m \cdot (-a)$$
 **2 pont**

A feladat feltétele szerint:  $F_{ny2} = 0,8 \cdot F_{ny1}$  **1 pont**

Behelyettesítések után:

$$m \cdot (g - a) = 0,8 \cdot m \cdot (g + a) \rightarrow a = \frac{g}{9} = \mathbf{1,11 \text{ m/s}^2}$$
 **2 pont**

b) A négyzetes úttörvény alapján a két szakaszon az elmozdulás:

$$\Delta r_1 = \frac{g}{18} t_1^2 \approx 2,22 \text{ m} \quad \text{és} \quad \Delta r_2 = v_1 \cdot t_2 - \frac{g}{18} t_2^2 = \left(\frac{g}{9} \cdot t_1\right) \cdot t_2 - \frac{g}{18} t_2^2 \approx -2,78 \text{ m}$$

Tehát a lift lefelé mozdul el, az elmozdulás **-0,56 m**. **4 pont**

**G.9/5.** Adatok:  $v_0 = 40 \text{ m/s}$ ,  $M = 50 \text{ g}$ ,  $m = 5 \text{ g}$ ,  $h = 0,8 \text{ m}$ ,  $L = 1,4 \text{ m}$ .

A folyamat egy nem teljesen rugalmatlan ütközés. Olyan gyorsnak tekinthető, hogy közben a lendület megmarad, még akkor is, ha az asztal szélén van súrlódás. Legyen a test ütközés utáni sebessége  $V$ , a lövedéké  $u$ , ezzel:

$$mv_0 = mu + MV \quad (1)$$
 **3 pont**

A mondottak miatt a (pontszerűnek tekinthető) test és lövedék egyszerre hagyja el az asztal szélét, így azonos ideig is esnek. Az esés ideje alatt függőlegesen  $h$  utat tesznek meg szabadeséssel, így  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,4 \text{ s}$ . **1 pont**

A vízszintes irányú egyenletes mozgással megtett távolságokból (az asztal szélétől a padlóra érkezésig) az ütközés utáni sebességek kifejezhetők:  $u = l \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$  és  $V = L \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = 3,5 \text{ m/s}$ .

**2 pont**

Ezeket (1)-be helyettesítve:  $mv_0 = ml \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} + ML \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$ .

Az egyenlet megoldása:  $l = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} L = \mathbf{2 \text{ m}}$ . **4 pont**

### 33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny I. forduló feladatainak megoldása

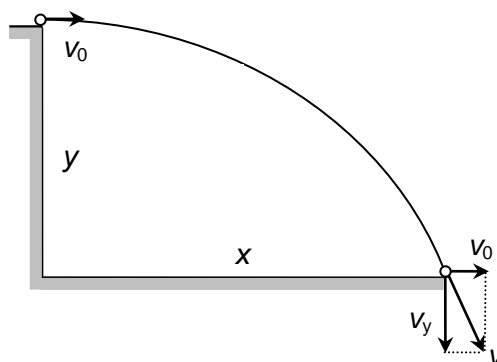
A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felhasználható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közöltől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!**

#### Gimnázium 10. évfolyam

**G.10/1.** Adatok:  $\alpha = 60^\circ$ .

a) Legyen a test kezdősebessége  $v_0$ , sebessége a becsapódáskor pedig  $v$ ! Repüljön a test  $t$  ideig! Mivel a  $v$  sebességvektor  $60^\circ$ -os szöget zár be a vízszintes iránnyal, ezért annak felhasználásával, hogy olyan derékszögű háromszögben, amelynek van  $30^\circ$ -os szöge, az átfogó a  $30^\circ$ -os szöggel szemben lévő befogó kétszerese, a  $v$  sebesség  $v_0$  felhasználásával megadható:  $v = 2v_0$ .

**4 pont**



b) Pithagorasz-tétele alapján:

$$v_y = \sqrt{(2v_0)^2 - v_0^2} = \sqrt{3}v_0$$

**1 pont**

A kérdéses elmozdulások:

$$x = v_0 t$$

**1 pont**

$$y = \frac{v_y t}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t$$

**3 pont**

A keresett arány:

$$\frac{x}{y} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,155.$$

**1 pont**

**G.10/2.** Adatok:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $s_1 = 8$  m,  $t_1 = 4$  s,  $m = 75$  kg.

a) A vízszintes szakaszon a tapadási súrlódási erő biztosítja a gyorsulást.

Ennek a gyorsító erőnek a nagysága:  $F = ma_1$ , ahol  $a_1 = \frac{2s_1}{t_1^2} = 1$  m/s<sup>2</sup>.

Behelyettesítve:  $F = 75$  N.

**3 pont**

b) A lejtőn  $(750/2)$  N = 375 N erő hat a biciklisre a lejtővel párhuzamosan lefelé, és 75 N felfelé. Tehát a biciklis lefelé irányuló (negatív) gyorsulása:  $a = -300$  N/75 kg = -4 m/s<sup>2</sup>. A  $v^2 = 2as$  összefüggés alapján láthatjuk, hogy ha a biciklis 8 m úton 1 m/s<sup>2</sup> gyorsulással szerezte a maximális sebességét, akkor ezt a lejtőn négyszer akkora (negatív) gyorsulással negyed akkora úton veszti el, vagyis **2 méter** megtétele (**1 méter** emelkedés) után áll meg a lejtőn.

**5 pont**

*Megoldás munkatétellel:* Mivel a mutatványos a mozgás kezdetén is állt, és a mozgás végén is megáll, továbbá a rá ható  $F$  súrlódási erő állandó, így jogos a mutatványos által végzett munkát  $W = F \cdot (s_1 + s_2)$  alakban felírni. A mozgási energia megváltozása nulla, a nehézségi erő munkája  $-mgh$ , tehát

$$F \cdot (s_1 + s_2) - mgh = 0, \quad \text{ahol } s_2 = 2h.$$

**3 pont**

Ugyanerre az egyenletre juthatunk úgy is, ha azt vesszük észre, hogy a mutatványos által végzett munka növeli a test helyzeti energiáját:  $F \cdot (s_1 + s_2) = mgh$ .

Behelyettesítés és átalakítások után:

$$h = \frac{s_1}{\frac{mg}{F} - 2} = 1 \text{ m (vagy } s_2 = 2 \text{ m).}$$
 **2 pont**

c) A mutatványos teljes munkája a helyzeti energia növekedésére fordítódott:

$$W = F \cdot (s_1 + s_2) = mgh = 750 \text{ J.}$$
 **2 pont**

**G.10/3.** Adatok:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$ ,  $m = 2 \text{ kg}$ .

a) Az egyensúly feltétele  $\sum \vec{F} = 0$  ezért:

$$2K_{max} \cdot \sin\alpha = mg$$
$$K_{max} = \frac{mg}{2\sin\alpha} = mg = 20 \text{ N.}$$
 **3 pont**

b) Alkalmazzuk a dinamika alapegyenletét a függőlegesen felfelé gyorsuló testre:

$$\sum \vec{F} = ma_1 \rightarrow 2K_{max} - mg = ma_1 \rightarrow a_1 = g.$$
 **3 pont**

c) Most is a dinamika alapegyenletéből indulhatunk ki. A testet a fonálerők függőleges komponensei gyorsítják felfelé:

$$2K_{max} \cdot \sin\beta - mg = ma_2$$
$$a_2 = \frac{2K_{max} \cdot \sin\beta}{m} - g = 2,86 \text{ m/s}^2.$$
 **4 pont**

**G.10/4.** Adatok:  $L = 50 \text{ cm}$ ,  $l_A = 30 \text{ cm}$ ,  $l_{Hg} = 5 \text{ cm}$ ,  $p_k = 76 \text{ Hgcm}$ ,  $p_{Hg} = 5 \text{ Hgcm}$ .

Az **A** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső nyomással. A bezárt levegő hőmérséklete végig állandónak tekinthető, ezért a Boyle-Mariotte törvény alkalmazható mindegyik állapotváltozásra. **2 pont**

a) A **B** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső levegő és a higany hidrosztatikai nyomásának különbségével. A kezdőállapottal összehasonlítva:

$$p_B l_B A = p_A l_A A \rightarrow l_B = \frac{p_A}{p_B} \cdot l_A = \frac{p_k}{p_k - p_{Hg}} \cdot l_A = \frac{76 \text{ Hgcm}}{71 \text{ Hgcm}} \cdot 30 \text{ cm} = 32,1 \text{ cm.}$$
 **2 pont**

A **C** helyzetben a bezárt levegő nyomása a külső levegő nyomásával egyenlő, ezért:

$$l_C = l_A = 30 \text{ cm.}$$
 **2 pont**

A **D** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső levegő és a higany nyomásának összegével. A kezdőállapottal összehasonlítva:

$$p_D l_D A = p_A l_A A \rightarrow l_D = \frac{p_A}{p_D} \cdot l_A = \frac{p_k}{p_k + p_{Hg}} \cdot l_A = \frac{76 \text{ Hgcm}}{81 \text{ Hgcm}} \cdot 30 \text{ cm} = 28,1 \text{ cm.}$$
 **2 pont**

b) A csövet az asztalra fektetve a bezárt levegő nyomása ismét egyenlő a külső levegő nyomásával, ezért a bezárt levegőoszlop hossza ekkor újra **30 cm**. **2 pont**

**G.10/5.** Adatok:  $V_0 = 800 \text{ cm}^3$ ,  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_1 = 293 \text{ K}$ ,  $R = 2 \text{ cm}$ ,  $A = 12,6 \text{ cm}^2 = 0,00126 \text{ m}^2$

$h_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 5 \text{ cm}$ ,  $F_{ny} = 200 \text{ N}$ ,  $\mu = 0,4$ .

a) A melegítés megkezdése előtt a bezárt levegő adatai:

$$p_1 = p_0 = 10^5 \text{ Pa} \quad V_1 = V_0 + A \cdot h_1 = 812,6 \text{ cm}^3 \quad T_1 = 293 \text{ K.}$$
 **1 pont**

A dugó kitolásának feltétele  $F_{belső} = F_{külső} + F_{súrlódás}$ , azaz  $p_2 A = p_0 A + \mu F_{ny}$ , ahonnan:

$$p_2 = p_0 + \mu \cdot \frac{F_{ny}}{A} = 1,64 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$
 **2 pont**

A dugó távozásának pillanatában a bezárt levegő nyomása és térfogata:

$$p_2 = 1,64 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$
$$V_2 = V_0 + A \cdot h_2 = 862,8 \text{ cm}^3.$$
 **1 pont**

A szükséges hőmérséklet az egyesített gáztörvény alapján határozható meg:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \cdot T_1 = 510 \text{ K.}$$

2 pont

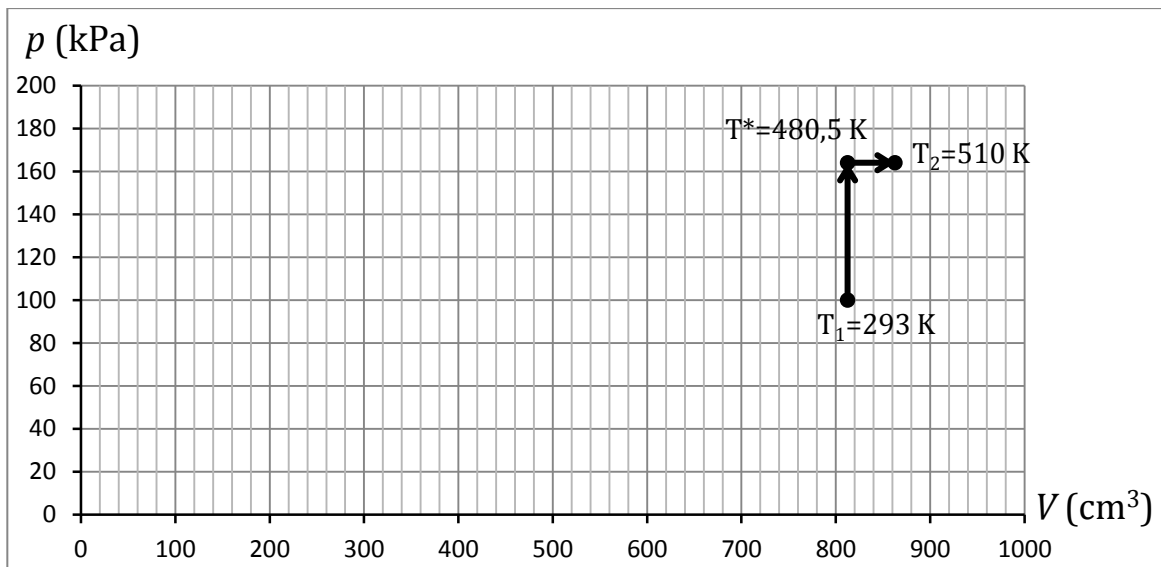
b) A szükséges ( $p_2$ ) nyomásérték eléréséig állandó térfogaton zajlik a hőmérséklet növekedése, majd állandó nyomáson tágul a gáz, míg a dugó felső része el nem éri a peremet.

Az első (izochor) folyamat végén a hőmérséklet:

$$T^* = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 480,5 \text{ K.}$$

2 pont

A folyamat  $p$ - $V$  diagramja:



2 pont

### 33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felhasználható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!**

#### Szakközépiskola 9. évfolyam

**Sz.9/1.** Adatok:  $d = 1200$  m,  $t_E = 600$  s,  $v_A = 2$  m/s,  $\tau = 120$  s.

a) Erik  $2d$ , azaz  $2400$  m utat tett volna meg  $t_E = 600$  s alatt, így sebessége  $v_E = 4$  m/s. **1 pont**

A találkozásig édesanyjával együtt teszik meg a  $d$  távolságot, aki  $\tau$  idővel később indul, ezért:

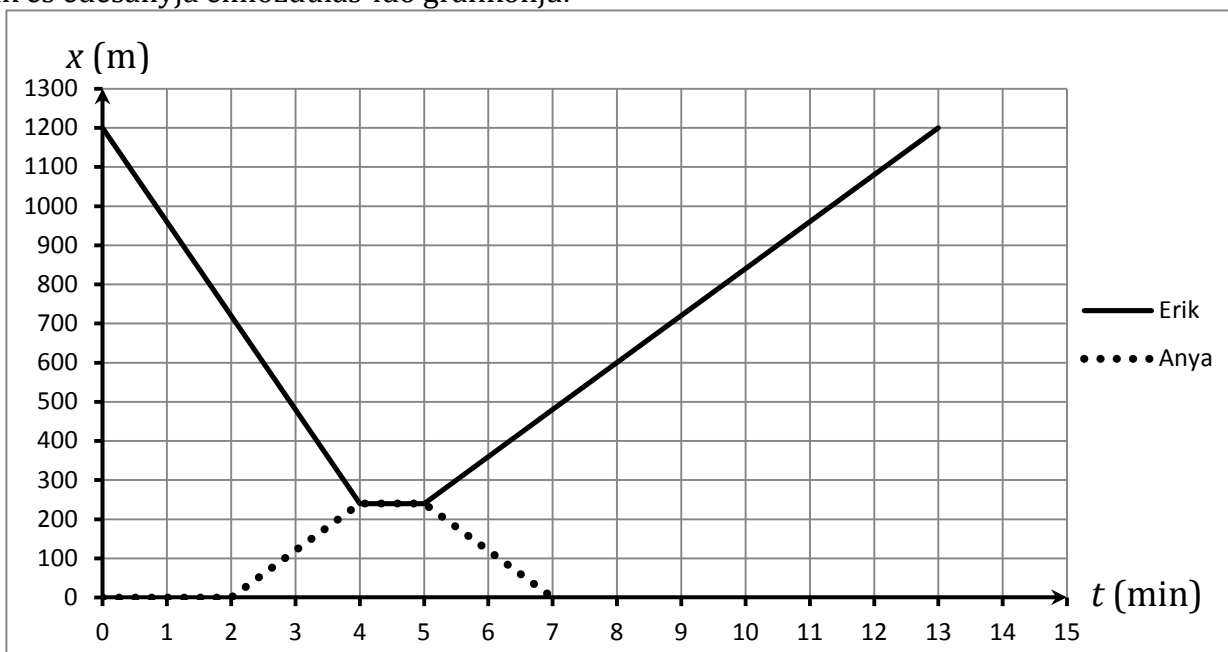
$$d = v_E t + v_A(t - \tau)$$
**2 pont**

A találkozás Erik indulása után  $t = 240$  s = 4 min múlva következik be.

A találkozási pontig Erik  $s = v_E t = 960$  m utat tesz meg. **2 pont**

b) Ezt a távolságot kell visszafelé is megtennie, amire  $8$  min =  $480$  s idő áll rendelkezésére, így sebessége **2 m/s**. **1 pont**

c) Erik és édesanyja elmozdulás-idő grafikonja:



**4 pont**

**Sz.9/2.**

Egy álló helyzetből szabadon eső test által az egymást követő azonos időtartamok alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok 1-től kezdődően:

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : 3 : 5 : 7$$
**4 pont**

Ezért a kötelet osszuk fel  $1 + 3 + 5 + 7 = 16$  egyenlő részre, ami  $10$  cm.

Így a vasgolyókat egymástól  $10$ ,  $30$ ,  $50$ ,  $70$  centiméterre, a talajtól pedig:

$h_1 = 10$  cm,  $h_2 = 40$  cm,  $h_3 = 90$  cm távolságra kell elhelyezni. **6 pont**

**Sz.9/3.** Adatok:  $m = 0,1 \text{ kg}$  (a megoldáshoz nem szükséges),  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ ,  $l = 0,2 \text{ m}$ ,  $K_2 = K_1/4$ .

a) A testre négy erő hat. A nehézségi erő és az asztal által a testre kifejtett nyomóerő kiegyenlíti egymást. A súrlódási erő egyenletesen fékezi a körmozgást, a kötélrő a centripetális gyorsulást biztosítja. Utóbbit figyelembe véve vizsgáljuk a kötélrőre megadott feltételt:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m \frac{v_2^2}{l}}{m \frac{v_1^2}{l}} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{4} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \boxed{4 \text{ pont}}$$

b) A megtett út az átlagsebességgel kifejezve:

$$s_1 = 3 \cdot 2l\pi = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1$$

Innen a három fordulat közben eltelt idő:

$$t_1 = \frac{12l\pi}{v_1 + v_2} = 1,005 \text{ s} \approx 1 \text{ s}$$

A test érintő irányú lassulása:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \boxed{4 \text{ pont}}$$

c) Mivel a sebesség a felére csökkent, a megállásig ugyanannyi idő telik még el, mint az első szakaszon. Az átlagsebesség viszont csak harmad akkora a második szakaszon ( $\frac{v_1}{4}$ ), mint az első ( $\frac{3v_1}{4}$ ). A megállásig tehát még **1 kört** (kb. 1,26 métert) tesz meg a test. **2 pont**

**Sz.9/4** Adatok:  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,  $t_2 = 5 \text{ s}$ ,  $F_{\text{súly},2} = 0,8 F_{\text{súly},1}$ .

a) Kezdetben **felfelé**, majd **lefelé** gyorsult a lift, hiszen a diák súlya a változás miatt lecsökkent. **1 pont**

A súlyerő egyenlő a diákra ható nyomóerővel. A gyorsulás számértéke a fel és a lefele mozgásra felírt dinamikai alaptörvényből adódik a (a felfelé irányt pozitívnak véve):

$$F_{ny1} - mg = m \cdot a \quad F_{ny2} - mg = m \cdot (-a) \quad \boxed{2 \text{ pont}}$$

A feladat feltétele szerint:

$$F_{ny2} = 0,8 \cdot F_{ny1} \quad \boxed{1 \text{ pont}}$$

Behelyettesítések után:

$$m \cdot (g - a) = 0,8 \cdot m \cdot (g + a) \rightarrow a = \frac{g}{9} = 1,11 \text{ m/s}^2. \quad \boxed{2 \text{ pont}}$$

b) A négyzetes úttörvény alapján a két szakaszon az elmozdulás:

$$\Delta r_1 = \frac{g}{18} t_1^2 \approx 2,22 \text{ m} \quad \text{és} \quad \Delta r_2 = \left(\frac{g}{9} \cdot t_1\right) \cdot t_2 - \frac{g}{18} t_2^2 \approx -2,78 \text{ m}$$

Tehát lefelé mozdul el a lift, az elmozdulás **-0,56 m**. **4 pont**

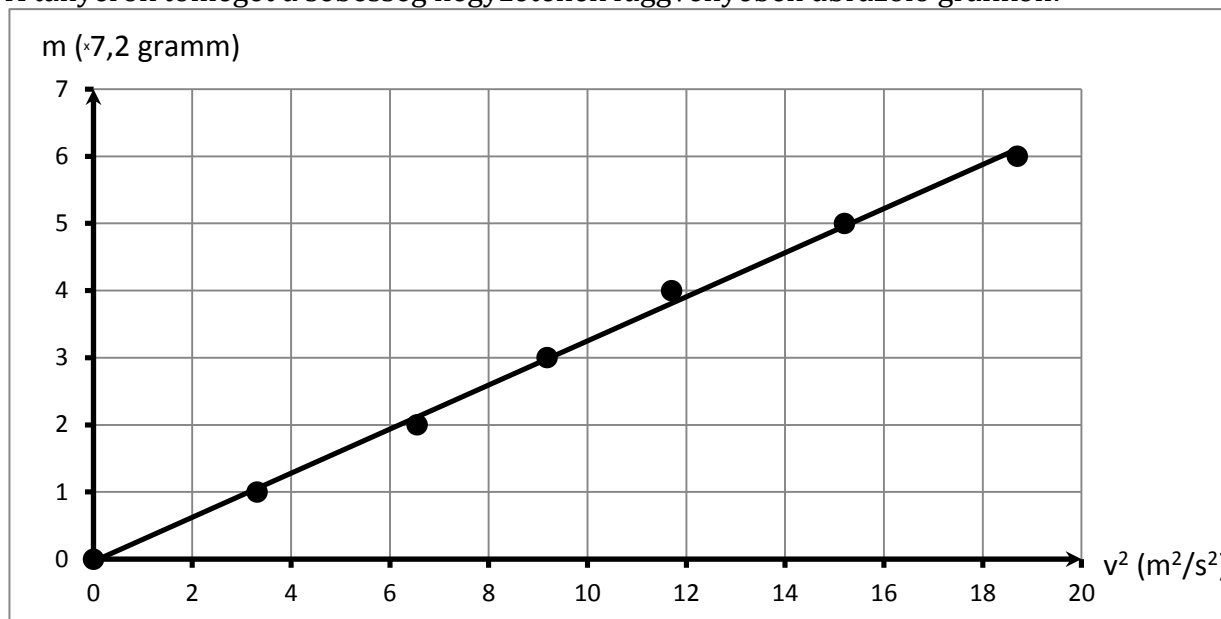
**Sz.9/5.** Adatok:  $h = 8,2 \text{ m}$ ,  $r = 0,1025 \text{ m}$ ,  $A = r^2 \pi = 0,033 \text{ m}^2$ ,  $\rho_{\text{lev}} = 1,29 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 7,2 \text{ g}$ .

a) A tényérok állandónak tekinthető,  $v = \frac{h}{t}$  nagyságú sebességét a táblázat tartalmazza:

Tényérok tömege	1m	2m	3m	4m	5m	6m
$t \text{ (s)}$	4,5	3,2	2,7	2,3	2,1	1,9
$v \text{ (m/s)}$	1,82	2,56	3,03	3,42	3,9	4,32
$v^2 \text{ (m}^2/\text{s}^2)$	3,31	6,55	9,18	11,7	15,2	18,7

**2 pont**

b) A tányérok tömegét a sebesség négyzetének függvényében ábrázoló grafikonon:



**3 pont**

c) A tányérok zuhanása közben a nehézségi erő egyenlő a közegellenállási erővel:

$$mg = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Fejezzük ki a tányérok tömegét:

$$m = \frac{c \cdot \rho \cdot A}{2 \cdot g} \cdot v^2$$

Vezessük be a  $k = \frac{c \cdot \rho \cdot A}{2 \cdot g}$  jelölést, amely a grafikon meredekségével egyenlő és az ábráról

leolvasható:

$$k \approx \frac{5,8 \cdot 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^2}{18 \text{ m}^2} = 2,32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}.$$

A tányér alaktényezője tehát:

$$c = 2 \cdot \frac{g \cdot k}{\rho \cdot A} \approx \mathbf{1,07}.$$

**5 pont**

Megjegyzés: Nem fogadható el teljes értékű megoldásként, ha a versenyző a

$$c = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot A \cdot v^2}$$

összefüggésből mindegyik ejtés esetében meghatározza az alaktényezőt, majd átlagolja azokat. Ilyen esetben egy pontot vonjunk le, tehát erre a részre ebben az esetben **4 pont** jár.



### 33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közöltől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!**

#### Szakközépiskola 10. évfolyam

**Sz.10/1.** Adatok:  $s = 84$  m,  $t_1 = 3$  s,  $t_2 = 4$  s.

A feladat feltétele szerint a megtett utak azonosak:

$$s = v_0 t_1 + \frac{a}{2} t_1^2$$

$$s = v_1 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2 = (v_0 + a t_1) t_2 + \frac{a}{2} t_2^2$$

**4 pont**

Az adatokat (mértékegységek nélkül) behelyettesítve a következő egyenleteket kapjuk:

$$84 = 3v_0 + 4,5a$$

$$84 = 4v_0 + 20a$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$v_0 = 31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**6 pont**

**Sz.10/2.** Adatok:  $m = 0,1$  kg (a megoldáshoz nem szükséges),  $v_1 = 5$  m/s,  $l = 0,2$  m,  $K_2 = K_1/4$ .

a) A testre négy erő hat. A nehézségi erő és az asztal által a testre kifejtett nyomóerő kiegyenlíti egymást. A súrlódási erő egyenletesen fékezi a körmozgást, a kötél erő biztosítja a centripetális gyorsulást. Utóbbit figyelembe véve vizsgáljuk a kötél erőre megadott feltételt:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m \frac{v_2^2}{l}}{m \frac{v_1^2}{l}} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{4} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**4 pont**

Mivel a sebesség a felére csökkent, a megállásig ugyanannyi idő telik még el, mint az első szakaszon. Az átlagsebesség viszont csak harmad akkora a második szakaszon ( $\frac{v_1}{4}$ ), mint az első ( $\frac{3v_1}{4}$ ). A megállásig tehát még **1 kört** (kb. 1,26 métert) tesz meg a test.

**2 pont**

b) A megtett út az átlagsebességgel kifejezve:

$$s_1 = 3 \cdot 2l\pi = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1$$

Innen a három fordulat közben eltelt idő:

$$t_1 = \frac{12l\pi}{v_1 + v_2} = 1,005 \text{ s} \approx 1 \text{ s}$$

A test érintő irányú lassulása:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A lassulást a súrlódási erő okozza, ezért

$$-\mu mg = ma \rightarrow \mu = -\frac{a}{g} = 0,25.$$

**4 pont**

**Sz.10/3.** Adatok:  $m = 30 \text{ kg}$ ,  $M = 5 \cdot 10^{21} \text{ kg}$ ,  $R = 5 \cdot 10^5 \text{ m}$ ,  $T = 7200 \text{ s}$ .

A póluson ható gravitációs erő:

$$F_g = \gamma \frac{mM}{R^2} = \mathbf{40 \text{ N.}}$$

Ekkora erővel nyomja a Kisherceg a talajt, azaz a súlya **40 N**.

**3 pont**

Az egyenlítőn a gravitációs erő és a talaj által kifejtett nyomóerő eredője biztosítja az egyenletes körmozgást, ezért:

$$F_g - F_{ny} = ma_{cp}$$

**3 pont**

A centripetális gyorsulás a forgás idejéből és a bolygó sugarából határozható meg:

$$a_{cp} = R\omega^2 = R \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0,381 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**2 pont**

A nyomóerőt kifejezve:

$$F_{ny} = F_g - ma_{cp} = 40 \text{ N} - 30 \text{ kg} \cdot 0,381 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \mathbf{28,6 \text{ N.}}$$

A Kisherceg súlya az egyenlítőn **28,6 N**.

**2 pont**

**Sz.10/4.** Adatok:  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $l_0 = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta l_1 = 0,2 \text{ m}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .

Amikor a gumiszálak függőlegesen, az egyensúly feltétele:

$$mg = 2 \cdot D \cdot \Delta l_1 \rightarrow D = \frac{mg}{2 \cdot \Delta l_1} = \mathbf{25 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$

**2 pont**

Amikor a gumiszálak  $\alpha = 60^\circ$ -ot zárnak be egymással:

$$mg = 2 \cdot D \cdot \Delta l_2 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \rightarrow \Delta l_2 = \frac{mg}{2D \cdot \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta l_1}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \cdot \Delta l_1}{\sqrt{3}} = 0,231 \text{ m}$$

**3 pont**

A munkavégzés fedezi a test helyzeti energiájának és a gumiszálak rugalmas energiájának növekedését:

$$W = mgh + 2 \cdot \frac{1}{2} D \cdot [(\Delta l_2)^2 - (\Delta l_1)^2]$$

**2 pont**

A test emelkedése:  $h = (l_0 + \Delta l_1) - (l_0 + \Delta l_2) \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 0,134 \text{ m}$

**2 pont**

A munkavégzés pedig:  $W = \mathbf{1,67 \text{ J}}$ .

**1 pont**

**Sz.10/5.** Adatok:  $d = 75 \text{ cm}$ ,  $l_0 = 58 \text{ cm}$ ,  $h = 8 \text{ cm}$ ,  $p_{\text{Hg}} = 8 \text{ Hgcm}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ ,  $p_0 = 76 \text{ Hgcm}$ .

a) A cső vízszintes helyzetében a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső nyomással. A csövet nyitott végével felfelé függőleges helyzetbe hozva a belső nyomás  $p_1 = p_0 + p_{\text{Hg}} = 84 \text{ Hgcm}$ . Ha nem folyhat ki higany, akkor a levegőoszlop maximális hossza  $l_0 - h = 67 \text{ cm}$ .

**2 pont**

Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt a melegítésre:

$$\frac{p_0 l_0 A}{T_0} = \frac{p_1 (l_0 - h) A}{T_1}$$

**2 pont**

A maximális hőmérséklet:

$$T_1 = \frac{p_1 (l_0 - h)}{p_0 l_0} T_0 = \mathbf{383 \text{ K.}}$$

**2 pont**

b) Ha a cső függőleges helyzetében a nyitott vége van lefelé, akkor a bezárt levegő nyomása  $p_2 = p_0 - p_{\text{Hg}} = 68 \text{ Hgcm}$ . A levegőoszlop maximális hossza most is  $l_0 - h = 67 \text{ cm}$ , ezért

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \mathbf{310 \text{ K.}}$$

**4 pont**

Tehát legalább 310 K-ig kell visszahűteni a bezárt levegőt, hogy a higany mindenképpen a csőben maradjon.